أولاً : السؤال الأول : (40)

1) للمعادلة 4 حلول — 10

2) $\lim_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ — 5+5

3) $f(0) = 0$ — 10

4) التابع f ليس حدية . — 10

السؤال الثاني : (40)

نفرض $\omega = \frac{z-3i}{z-(-3i)}$ — 10

$= \frac{z-a}{z-b}$ نفرض A يمثل $a = 3i$ ، B يمثل $b = -3i$

$\arg(z) = \arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right) \in$ — 10

z تنتمي بحيث : ومنه $\left\{\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right\}$

$(\vec{BM}, \vec{AM}) \in \left\{\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right\}$ — 10

M : دائرة قطرها $[AB]$ عدا B . — 10

السؤال الثالث : (40)

1) $I(0,0,1)$ ، $B(1,0,0)$ ، $D(0,1,0)$ — 4,4,4

$G\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ، $H(1,0,1)$ ، $K(1,1,1)$ — 4,4,4

2) $\vec{BG}\left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ، $\vec{DH}(1,-1,1)$ — 4,4

$\vec{DG} = \frac{2}{3}\vec{DH}$ — 4

النقاط D, H, G على استقامة واحدة — 4

السؤال الرابع : (40)

نشكل $f(1) = 0$ — 5

$H = \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$ — 10

$= \frac{x\sqrt{1-x^2}}{x-1} = \frac{x\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}{x-1}$

$= \frac{-x\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$ — 10

$\lim_{x \to 1} H = -\infty$ — 10

f لا يقبل الاشتقاق عند (1) — 5

ثانياً : التمرين الأول (60)

$f'(x) = \frac{x^2+2x+4}{(x+1)^2}$ • — 15

$g(x) = f(\sqrt{x})$ • — 10

$g(x) = f(u(x))$ $u(x) = \sqrt{x}$ — 5+5

$g'(x) = f'(u(x))\,u'(x)$ $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ — 10+10

$= \frac{x + 2\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x}+1)^2}$ — 5

التمرين الثاني : (60)

1) $\vec{AB}(0,0,6)$ — 5

$(AB): \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 6t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ — 20

ومنه $Q(2,3,z)$

2) $MQ = \sqrt{4+16+(z-2)^2} = \sqrt{(z-2)^2+20}$ — 15

$= \sqrt{z^2 - 4z + 24}$

3) اصغرية عندما $z = 2$ وعندها $dist(M,(AB)) = \frac{}{\sqrt{20}}$ — 10,10

التمرين الثالث : (60)

1) $f'(x) = \frac{14}{(2x+6)^2} > 0$ — 15

f تابع f متزايد تماماً . — 5

2) نفرض المقدمة $E(n)$ أن $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$ — 5

① نثبت $E(0)$ صحيحة $\frac{1}{2} < u_0 = 1 \leq 1$ المقدمة محققة — 5

② نفرض $E(n)$ صحيحة أي $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$ (*) — 5

③ نثبت $E(n+1)$ صحيحة أي $\frac{1}{2} < u_{n+1} \leq 1$ — 5

من (*) $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$ بتطبيق f المتزايد — 5

$f(\frac{1}{2}) < f(u_n) \leq f(1)$ ← f تابع متزايد — 5+5

$\frac{1}{2} < u_{n+1} \leq \frac{5}{8} \leq 1$ المقدمة صحيحة — 5

ومنه $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$ صحيحة . —

التمرين الرابع : (60)

1) $z = \frac{4e^{0i}}{2e^{\frac{4\pi}{3}i}} = 2e^{-\frac{4\pi}{3}i}$ — 10

$= 2\left(\cos\frac{-4\pi}{3} + i\sin\frac{-4\pi}{3}\right)$ — 10

$z^3 = 8(\cos -4\pi + i\sin -4\pi)$ — 5

$= 8 \in \mathbb{R}$ — 5

2) $z = -1 + \sqrt{3}i$ — 10

نوضح $(-1+\sqrt{3}i)^2 + 2(-1+\sqrt{3}i) + 4$ — 10

$= 1 - 2\sqrt{3}i - 3 - 2 + 2\sqrt{3}i + 4 = 0$ محققة — 5

الجذر الآخر $\bar{z} = -1 - \sqrt{3}i$ — 5

ثانياً: المسألة الثانية:

1) عند $-\infty$ و $+\infty$: عدم تعيين

$f(x) = \frac{(x+\sqrt{x^2+1})(x-\sqrt{x^2+1})}{(x-\sqrt{x^2+1})}$ 5

$= \frac{x^2-x^2-1}{x-\sqrt{x^2+1}} = \frac{-1}{x-\sqrt{x^2+1}}$ 5

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

هندسياً: $\boxed{y=0}$ مقارب // $x'x$ بجانب $-\infty$. 10

2) $f(x) - y_\Delta = \sqrt{x^2+1} - x$ 5

$= \frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{(\sqrt{x^2+1}+x)} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ 10

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - y_\Delta = 0$ 5

$\boxed{\Delta: y=2x}$ مقاربه مائل في جوار $+\infty$

3) $f(x) - y_\Delta > 0$ ومنه $\sqrt{x^2+1} > x$ 5

Δ فوق الكتلة رب Δ. 5

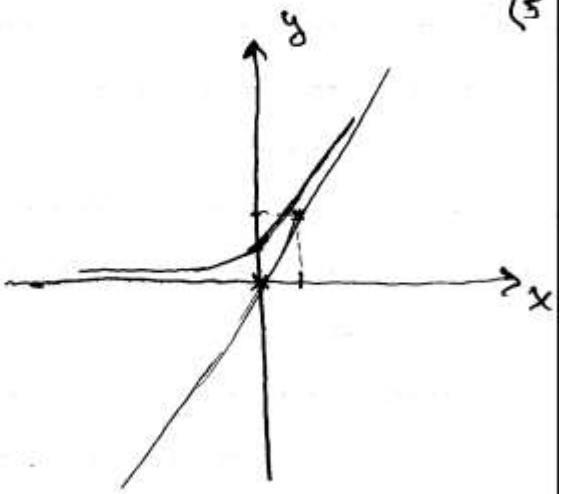
4) f مستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}$: 5

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ 5

$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} > 0$ 15

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

5) 5



رسم 5
رسم 10

المسألة الأولى:

1) $\Delta = -4 < 0$ حلان عقديان مترافقان 5+5

$Z_1 = 1+i$ ، $Z_2 = 1-i$ 5

$= \sqrt{2}\, e^{\frac{\pi}{4}i}$ ، $= \sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i}$ 5+5

2) $Z_N = 2+i(-2+\sqrt{3})$ 5

$Z_A = e^{\frac{\pi}{2}i}(-i\sqrt{3})$ 5

$= +i(-i\sqrt{3}) = \sqrt{3}$ 5

$Z_C = e^{\frac{\pi}{2}i}(2+i(-2+\sqrt{3}))$

$= i(2+i(-2+\sqrt{3}))$

$= 2 - \sqrt{3} + 2i$ 10

3) $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = \frac{\sqrt{3}-2-\sqrt{3}i}{2-\sqrt{3}+2i-2-\sqrt{3}i}$ 5

$= \frac{\sqrt{3}-2-\sqrt{3}i}{-\sqrt{3}+i(2-\sqrt{3})}$ $\frac{i}{i}$

$= \frac{(\sqrt{3}-2-\sqrt{3}i)\,i}{\sqrt{3}-2-\sqrt{3}i} = i$ 5

$Z_A - Z_B = i(Z_C - Z_B)$ 5

$Z_A - Z_B = e^{\frac{\pi}{2}}(Z_C - Z_B)$ 5

A صورة B ودوران مباشر مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$ فالمثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين. 5

4) $Z_{\overrightarrow{BC}} = 2i$ ومنه 5

$Z_D = Z_M + Z_{\overrightarrow{BC}} = 2i - \sqrt{3}i = (2-\sqrt{3})i$ 5

$Z_{\overrightarrow{AB}} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3}i$ 5

$Z_{\overrightarrow{BC}} = 2-\sqrt{3}+2i-2i+\sqrt{3}i$ 5

$= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3}i = Z_{\overrightarrow{AB}}$

فالرباعي متوازي الأضلاع وبما أن ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين فالرباعي مربع.

التوفيق
السلم